

21

by Fitri Aryani

Submission date: 24-Nov-2018 11:56AM (UTC+0800)

Submission ID: 1043954886

File name: SNTIKI_2014.pdf (655.84K)

Word count: 5101

Character count: 22441

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR KOMPLEKS MENGGUNAKAN METODE DEKOMPOSISI QR

8

Fitri Aryani dan Iis Erianti

Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Suska Riau

baihaqi_fatimah78@yahoo.com

1

Abstrak

Sistem persamaan linear kompleks merupakan sistem persamaan linear yang koefisiennya berbentuk bilangan kompleks. Penyelesaian sistem persamaan linear kompleks terlebih dahulu akan ditentukan matriks kompleks yang berukuran 6×6 dan selanjutnya akan dipisahkan antara bilangan real dan kompleks, dan akan menghasilkan matriks yang berukuran 12×12 . Untuk matriks kompleks yang berukuran 7×7 akan menghasilkan matriks yang berukuran 14×14 . Kemudian ditentukan solusi penyelesaian dari sistem persamaan linear kompleks. Sistem persamaan linear kompleks dapat diselesaikan dengan menggunakan metode dekomposisi QR. Metode dekomposisi QR merupakan suatu metode yang mendekomposisikan suatu matriks A menjadi matriks Q dan R , dengan Q adalah matriks yang vektor kolomnya ortonormal dan R adalah matriks segitiga atas.

Katakunci: basis ortogonal, basis ortonormal, dekomposisi QR, sistem persamaan linear kompleks.

Abstract

Complex systems of linear equations is the system of linear equations with the coefficient is complex number. Solving system of linear equations complex is decide 6×6 complex matrix then define the real number and complex number and the result is 12×12 matrix. and for system of linear equations complex is decide 7×7 complex matrix the result is 14×14 matrix. then be solving system of linear equations complex. Complex system of linear equations can be solved by using QR decomposition. QR decomposition method is a method of decomposing a matrix A into matrices Q and R , where Q is a matrix which columns are orthonormal basis vectors and R is upper triangular.

Keywords: Complex system linear equation, decomposition QR, orthogonal basis, orthonormal basis.

1. Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Sistem persamaan linear merupakan sekumpulan persamaan linear yang terdiri dari koefisien dan variabel. Koefisien pada persamaan linear ada yang berbentuk bilangan real, ada yang berbentuk bilangan interval, ada yang berbentuk bilangan fuzzy dan ada juga yang berbentuk bilangan kompleks. Kajian dalam makalah ini adalah sistem persamaan linear kompleks. Penelitian masalah sistem persamaan linear telah banyak dilakukan oleh para matematikawan. Banyak metode yang dikembangkan untuk menentukan solusi dari sistem persamaan linear. Sistem persamaan linear pada dasarnya memiliki tujuan yang sama yaitu mencari solusi yang memenuhi dari sistem persamaan linear tersebut.

Penyelesaian masalah sistem persamaan linear dapat diselesaikan dengan cara Operasi Baris Elementer (OBE), Eliminasi Gauss, Eliminasi Gauss-Jordan, aturan Cramer, dan metode dekomposisi. Beberapa jenis dekomposisi matriks adalah Dekomposisi Nilai Singular, Dekomposisi Schur, Dekomposisi Dolete, Dekomposisi Cholesky, Dekomposisi LU, Dekomposisi QR. Metode Dekomposisi QR adalah suatu metode yang membagi suatu matriks A menjadi suatu hasil perkalian matriks Q dan R , dengan Q merupakan matriks dengan vektor kolom yang ortonormal dan R merupakan matriks segitiga atas yang dapat dibalik. Maka A dapat difaktorkan sebagai $A = QR$.

Metode dekomposisi QR telah banyak digunakan oleh peneliti-peneliti sebelumnya, pada skripsi Sugeng Widodo yang berjudul "Kajian Dekomposisi Matriks" pada tahun 2003. Sugeng Widodo dalam penelitiannya memaparkan bahwa terdapat hubungan antara Dekomposisi Nilai Singular dan Dekomposisi QR. Selanjutnya Purbandini dengan judul "Sistem Pengenalan Wajah pada Subruang Orthogonal Dengan Menggunakan Laplacianface Terdekomposisi QR", tahun 2006. Penelitian oleh Purbandini memberikan hasil bahwa dengan mengkombinasikan Algoritma LPP dan QR akan dihasilkan keakuratan hasil dan biaya komputasi yang murah dalam pengklasifikasian pengenalan wajah. Penyelesaian sistem persamaan linear kompleks sudah dibahas sebelumnya oleh Nicholson tahun 2001. Selanjutnya Skripsi Dewi Yulianti yang berjudul "Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Kompleks menggunakan Metode dekomposisi SVD" pada tahun 2012.

1.2 Tinjauan Pustaka

1.2.1 Sistem Persamaan Linear

Definisi 1 (Schaum's, 2006): Sistem persamaan linear adalah sekumpulan persamaan linear yang terdiri dari m persamaan linear L_1, L_2, \dots, L_m , dengan n variabel yang tidak diketahui x_1, x_2, \dots, x_n , yang disusun dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \quad (2.1)$$

dengan a_{ij} adalah koefisien dari variabel yang tidak diketahui x_j pada persamaan L_i , dan bilangan b_i adalah konstanta dari persamaan L_i .

Sistem persamaan linear pada persamaan (2.1) yang terdiri dari m persamaan linear dengan n variabel ekuivalen dengan persamaan matriks $AX = B$, yaitu :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

dengan $A = [a_{ij}]$ adalah matriks koefisien, $X = [x_j]$ adalah vektor kolom dari variabel-variabel yang tidak diketahui, dan $B = [b_i]$ adalah vektor kolom dari konstanta.

1.2.2 Sistem Persamaan Linear Kompleks

Sebelum membahas mengenai sistem persamaan linear kompleks, akan dijelaskan terlebih dahulu pengertian bilangan kompleks. Bilangan kompleks adalah bilangan yang terdiri dari bilangan real dan imajiner. Berikut akan diberikan definisi dari bilangan kompleks.

Definisi 2 (Hasugian, M. 2006): Bilangan kompleks z adalah pasangan terurut dari bilangan nyata x dan y , ditulis sebagai berikut :

$$z = (x, y) = x + iy. \quad (2.3)$$

notasi i disebut sebagai satuan imajiner, $i = \sqrt{-1}$, maka $i^2 = -1$, dengan x disebut sebagai bagian nyata (real) dari z , dan y disebut sebagai bagian imajiner dari z ,

$$x = \text{Re}(z), \quad y = \text{Im}(z) \quad (2.4)$$

Jika suatu bilangan kompleks $z = x + iy$, maka konjugat dari z adalah $\bar{z} = x - iy$.

Selanjutnya, berlaku sifat sebagai $|z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{x^2 + y^2}$.

11

Definisi 3 (Lipschutz, S. 2006): Matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks.

Matriks kompleks yaitu matriks dengan entri-entri bilangan kompleks. Misalkan A adalah matriks kompleks, jika $z = x + iy$ adalah bilangan kompleks maka $\bar{z} = x - iy$ adalah konjugatnya. Konjugat dari matriks kompleks A , yang ditulis \bar{A} , adalah matriks yang diperoleh dari A dengan cara menghitung konjugat dari setiap entri A .

Dari Definisi (2.2) maka sistem persamaan linear kompleks merupakan sistem persamaan linear dengan koefisien atau konstantanya adalah bilangan kompleks. Menurut [5] bahwa sistem persamaan linear kompleks dapat juga diselesaikan dengan menggunakan Operasi Baris Elementer.

Definisi 2.5 (Rahgooy, dkk. 2009) Suatu sistem persamaan linear kompleks $n \times n$.

$$\begin{aligned} C_{11}Z_1 + C_{12}Z_2 + \dots + C_{1n}Z_n &= W_1 \\ C_{21}Z_1 + C_{22}Z_2 + \dots + C_{2n}Z_n &= W_2 \\ &\vdots \\ C_{n1}Z_1 + C_{n2}Z_2 + \dots + C_{nn}Z_n &= W_n \end{aligned} \quad (2.5)$$

dengan koefisien matriks $C = (c_{ij})$, $1 \leq i, j \leq n$ adalah matriks kompleks $n \times n$. Bentuk pada Persamaan (2.5) dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut :

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} Z_j = W_i, i = 1, 2, \dots, n$$

dengan,

$$c_{ij} = a_{ij} + ib_{ij}, Z_j = p_j + iq_j, W_i = u_i + iv_i$$

penjabarannya dapat dibentuk sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij} + ib_{ij})(p_j + iq_j) = u_i + iv_i \quad (2.6)$$

sehingga solusi sistem persamaan linearnya dapat ditulis sebagai berikut:

$$U = [u_i], V = [v_i], D = [a_{ij}], E = [b_{ij}], P = [p_j], S = [q_j] \text{ untuk } i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Selanjutnya dapat ditulis dalam bentuk matriks yaitu :

$$\begin{bmatrix} D & -E \\ E & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

1

2.2 Dekomposisi QR

Dekomposisi QR merupakan metode yang membagi suatu matriks A menjadi suatu hasil perkalian matriks Q dan matriks R , dimana Q merupakan matriks ortonormal dan R merupakan matriks segitiga atas yang dapat dibalik.

Untuk menentukan suatu matriks ortonormal dan matriks segitiga atas, salah satunya dengan menggunakan proses Gram-Schmidt. Proses mengubah sebarang basis ke basis ortonormal dinamakan proses gram-schmidt. Berikut langkah-langkah proses gram-schmidt:

Langkah 1: Misalkan : $v_1 = u_1$

Langkah 2: $v_2 = u_2 - \text{proj}_{W_1} u_2 = u_2 - \frac{\langle u_2, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1$

Langkah 3: Untuk membentuk sebuah vektor v_3 yang ortogonal terhadap v_1 maupun v_2 , maka akan ditentukan komponen u_3 yang ortogonal terhadap ruang W_2 yang direntang oleh v_1 dan v_2 , yaitu:

$$v_3 = u_3 - \text{proj}_{W_2} u_3 = u_3 - \frac{\langle u_3, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle u_3, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2$$

Langkah 4: Untuk menentukan sebuah vektor v_4 yang ortonormal terhadap v_1 dan v_2 , dan v_3 , akan di tentukan komponen u_4 yang orthogonal terhadap ruang W_3 yang direntang oleh v_1, v_2 , dan v_3 , yaitu:

$$v_4 = u_4 - \text{proj}_{W_3} u_4 = u_4 - \frac{\langle u_4, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle u_4, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 - \frac{\langle u_4, v_3 \rangle}{\|v_3\|^2} v_3.$$

Secara umum, proses gram-schmidt dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$v_i = u_i - \frac{\langle u_i, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \dots - \frac{\langle u_i, v_{i-1} \rangle}{\|v_{i-1}\|^2} v_{i-1}, \text{ untuk } i = 2, 3, 4, \dots, n.$$

Berikut diberikan teorema yang berhubungan dengan solusi system persamaan linier kompleks dengan metode dekomposisi QR :

Teorema 2.2 (Anton, H. 2004): Jika A adalah sebuah matriks $m \times n$ yang memiliki vektor-vektor kolom yang bebas linear, maka A dapat difaktorkan sebagai

$$A = QR$$

dengan Q adalah sebuah matriks $m \times n$ yang memiliki vektor-vektor kolom ortonormal, dan R adalah matriks segitiga atas $n \times n$ yang dapat dibalik.

Teorema 2.3 (Steven, j. 2001): Jika A adalah matriks yang diperoleh dari faktor $A=QR$, dimana Q adalah matriks kolom vektor dari basis ortonormal untuk kolom A dekomposisi QR maka sistem normal untuk $Ax = b$ dapat dinyatakan sebagai,

$$Rx = Q^T b$$

dan solusinya dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$x = R^{-1} Q^T b.$$

2. Metodologi Penelitian

Metodologi yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi pustaka dengan mempelajari literatur-literatur yang berhubungan dengan pokok permasalahan. Untuk menyelesaikan sistem persamaan linier kompleks, diberikan langkah-langkah penyelesaiannya sebagai berikut

- 1) Diberikan sistem persamaan linear kompleks.
- 2) Mengubah sistem persamaan linear kompleks ke dalam bentuk persamaan matriks $AX=B$.

- 3) Membentuk matriks $\begin{bmatrix} D & -E \\ E & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix}$ dari matriks $AX=B$.

- 4) Menentukan matriks Q dengan proses Gram-Schmidt sebagai berikut:

$$q_i = \frac{v_i}{\|v_i\|} \text{ sehingga matriks } Q = [q_1 \quad q_2 \quad \dots \quad q_n].$$

- 5) Menentukan matriks segitiga atas R dengan menggunakan ketentuan sebagai berikut :

$$R = \begin{bmatrix} \langle u_1, q_1 \rangle & \langle u_2, q_1 \rangle & \dots & \langle u_n, q_1 \rangle \\ 0 & \langle u_2, q_2 \rangle & \dots & \langle u_n, q_2 \rangle \\ & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & \langle u_n, q_n \rangle \end{bmatrix}.$$

- 6) Menentukan matriks Q^T .
- 7) Menentukan matriks R^{-1} .
- 8) Menentukan solusi nilai X dari operasi matriks $(QR)X = B$ dengan ketentuan $X = R^{-1} Q^T B$.

3. Hasil dan Pembahasan

Berikut akan diberikan dua contoh penyelesaian sistem persamaan linear kompleks dengan ukuran 6 persamaan dengan 6 variabel, dan 7 persamaan dengan 7 variabel dengan menggunakan metode dekomposisi QR.

Contoh 1:

Diberikan sistem persamaan linear kompleks dengan 6 persamaan dan 6 variabel sebagai berikut :

$$\begin{aligned}(2+3i)x_1 + (1+i)x_2 + (4+2i)x_3 + (2+2i)x_4 + (3+i)x_5 + (1+2i)x_6 &= (2+3i) \\ (4+2i)x_1 + (2+i)x_2 + (5+2i)x_3 + (1+4i)x_4 + (2+2i)x_5 + (2+2i)x_6 &= (3+2i) \\ (1+2i)x_1 + (2+3i)x_2 + (2+i)x_3 + (3+2i)x_4 + (5+i)x_5 + (2+i)x_6 &= (1+3i) \\ (2+3i)x_1 + (2+i)x_2 + (3+3i)x_3 + (4+i)x_4 + (3+i)x_5 + (1+i)x_6 &= (2+2i) \\ (1+2i)x_1 + (1+4i)x_2 + (2+3i)x_3 + (2+i)x_4 + (3+i)x_5 + (2+3i)x_6 &= (4+2i) \\ (2+i)x_1 + (3+2i)x_2 + (3+i)x_3 + (2+2i)x_4 + (2+i)x_5 + (2+3i)x_6 &= (3+3i)\end{aligned}$$

Selesaikan sistem persamaan linear kompleks di atas menggunakan metode dekomposisi QR.

Penyelesaian:

Berdasarkan soal di atas maka didapatkan sistem persamaan linear kompleks, yaitu $AX = B$ sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} (2+3i) & (1+i) & (4+2i) & (2+2i) & (3+i) & (1+2i) \\ (4+2i) & (2+i) & (5+2i) & (1+4i) & (2+2i) & (2+2i) \\ (1+2i) & (2+3i) & (2+i) & (3+2i) & (5+i) & (2+i) \\ (2+3i) & (2+i) & (3+3i) & (4+i) & (3+i) & (1+i) \\ (1+2i) & (1+4i) & (2+3i) & (2+i) & (3+i) & (2+3i) \\ (2+i) & (3+2i) & (3+i) & (2+2i) & (2+i) & (2+3i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2+3i) \\ (3+2i) \\ (1+3i) \\ (2+2i) \\ (4+2i) \\ (3+3i) \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, dari persamaan (2.6) maka akan diperoleh matriks sebagai berikut:

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 5 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 5 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya mengubah matriks D , E , P , S , U dan V ke dalam bentuk matriks pada persamaan (2.7) sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 2 & 3 & 1 & -3 & -1 & -2 & -2 & -1 & -2 \\ 4 & 2 & 5 & 1 & 2 & 2 & -2 & -1 & -2 & -4 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 5 & 2 & -2 & -3 & -1 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 3 & 1 & -3 & -1 & -3 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 2 & -2 & -4 & -3 & -1 & -1 & -3 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 2 & 2 & -1 & -2 & -1 & -2 & -2 & -3 \\ 3 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 4 & 2 & 2 & 4 & 2 & 5 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 1 & 3 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 2 & 3 & 2 & 3 & 3 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Sehingga, dari matriks diatas maka diperoleh vektor kolom $[u_1|u_2|...|u_{12}]$ sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} (2,4,1,2,1,2,3,2,2,3,2,1)|(1,2,2,2,1,3,1,1,3,1,4,2)|(4,5,2,3,2,3,2,2,1,3,3,1)|(2,1,3,4,2,2,2,4,2,1,12)| \\ (3,2,5,3,3,2,1,2,1,1,1,2)|(1,2,2,1,2,2,2,2,1,1,3,3)|(-3,-2,-2,-3,-2,-1,2,4,1,2,1,2)| \\ (-1,-1,-3,-1,-4,-2,1,2,2,2,1,3)|(-2,-2,-1,-3,-3,-1,4,5,2,3,2,3)|(-2,-4,-2,-1,-1,-2,2,1,3,4,3,2)| \\ (-1,-2,-1,-1,-1,-2,3,2,5,3,3,2)|(-2,-2,-1,-1,-3,-3,1,2,2,1,2,2)| \end{bmatrix}$$

Selanjutnya yaitu menentukan matriks Q menggunakan proses Gram-Schmidt dengan langkah-langkah sebagai berikut :

- 1) Berikut akan ditentukan vektor kolom q_1 dengan mengoperasikan bentuk :

$$v_1 = u_1 \\ = (2,4,1,2,1,2,3,2,2,3,2,1)$$

$$\|v_1\| = \sqrt{2^2 + 4^2 + 1^2 + 2^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 2^2 + 2^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2} = 7,810249676$$

Sehingga didapatkan vektor kolom q_1 yaitu :

$$q_1 = \frac{v_1}{\|v_1\|} = \begin{bmatrix} 0.2561 \\ 0.5121 \\ 0.1280 \\ 0.2561 \\ 0.1280 \\ 0.2561 \\ 0.3841 \\ 0.2561 \\ 0.2561 \\ 0.3841 \\ 0.2561 \\ 0.1280 \end{bmatrix}$$

- 2) Berikut akan ditentukan vektor kolom q_2 dengan mengoperasikan bentuk :

$$v_2 = u_2 - Proj_{W_1} u_2 = u_2 - \frac{\langle u_2, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1$$

Sehingga di dapatkan vektor kolom q_2 yaitu :

$$q_2 = \frac{v_2}{\|v_2\|} = \begin{bmatrix} -0.1248 \\ -0.2496 \\ 0.2837 \\ 0.1059 \\ 0.0530 \\ 0.3366 \\ -0.3026 \\ -0.1248 \\ 0.3366 \\ -0.3026 \\ 0.5673 \\ 0.2837 \end{bmatrix}$$

- 3) Berikut akan ditentukan vektor kolom q_3 dengan mengoperasikan bentuk :

$$v_3 = u_3 - Proj_{W_2} u_3 = u_3 - \frac{\langle u_3, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle u_3, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2$$

Sehingga di dapatkan vektor kolom q_3 yaitu :

$$q_3 = \frac{v_3}{\|v_3\|} = \begin{bmatrix} 0.5692 \\ 0.1575 \\ 0.1926 \\ 0.1809 \\ 0.2539 \\ 0.1195 \\ -0.4234 \\ -0.0847 \\ -0.5344 \\ -0.0964 \\ 0.0582 \\ -0.1344 \end{bmatrix}$$

- 4) Berikut akan ditentukan vektor kolom q_4 dengan mengoperasikan bentuk :

$$v_4 = u_4 - \text{Proj}_{W_3} u_4 = u_4 - \frac{\langle u_4, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle u_4, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 - \frac{\langle u_4, v_3 \rangle}{\|v_3\|^2} v_3$$

Sehingga di dapatkan vektor kolom q_4 yaitu :

$$q_4 = \frac{v_4}{\|v_4\|} = \begin{bmatrix} 0.0335 \\ -0.4027 \\ 0.3104 \\ 0.4234 \\ 0.1848 \\ -0.0823 \\ 0.0976 \\ 0.5621 \\ 0.0254 \\ -0.1667 \\ -0.3776 \\ 0.1538 \end{bmatrix}$$

- 5) Berikut akan ditentukan vektor kolom q_5 dengan mengoperasikan bentuk :

$$v_5 = u_5 - \text{Proj}_{W_4} u_5 = u_5 - \frac{\langle u_5, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle u_5, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 - \frac{\langle u_5, v_3 \rangle}{\|v_3\|^2} v_3 - \frac{\langle u_5, v_4 \rangle}{\|v_4\|^2} v_4$$

Sehingga di dapatkan vektor kolom q_5 yaitu :

$$q_5 = \frac{v_5}{\|v_5\|} = \begin{bmatrix} -0.0625 \\ 0.1362 \\ 0.7098 \\ -0.3294 \\ 0.2486 \\ -0.1640 \\ 0.1159 \\ -0.3798 \\ 0.0807 \\ 0.0847 \\ -0.2797 \\ 0.1642 \end{bmatrix}$$

- 6) Berikut akan ditentukan vektor kolom q_6 dengan mengoperasikan bentuk :

$$v_6 = u_6 - \text{Proj}_{W_5} u_6 = u_6 - \frac{\langle u_6, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle u_6, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 - \frac{\langle u_6, v_3 \rangle}{\|v_3\|^2} v_3 - \frac{\langle u_6, v_4 \rangle}{\|v_4\|^2} v_4 - \frac{\langle u_6, v_5 \rangle}{\|v_5\|^2} v_5$$

Sehingga di dapatkan vektor kolom q_6 yaitu :

$$q_6 = \frac{v_6}{\|v_6\|} = \begin{bmatrix} -0.1185 \\ -0.0016 \\ -0.1442 \\ -0.3812 \\ 0.2806 \\ -0.0558 \\ 0.2287 \\ 0.2600 \\ -0.4954 \\ -0.1051 \\ 0.2724 \\ 0.5361 \end{bmatrix}$$

- 7) Berikut akan ditentukan vektor kolom q_7 dengan mengoperasikan bentuk :

$$v_7 = u_7 - \text{Proj}_{W_6} u_7$$

$$= u_7 - \frac{\langle u_7, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle u_7, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 - \frac{\langle u_7, v_3 \rangle}{\|v_3\|^2} v_3 - \frac{\langle u_7, v_4 \rangle}{\|v_4\|^2} v_4 - \frac{\langle u_7, v_5 \rangle}{\|v_5\|^2} v_5 - \frac{\langle u_7, v_6 \rangle}{\|v_6\|^2} v_6$$

Sehingga di dapatkan vektor kolom q_7 yaitu :

$$q_7 = \frac{v_7}{\|v_7\|} = \begin{bmatrix} 0.1210 \\ -0.2201 \\ 0.2561 \\ -0.4081 \\ -0.3181 \\ -0.0416 \\ -0.3525 \\ 0.4256 \\ 0.0043 \\ 0.5229 \\ 0.1416 \\ -0.0546 \end{bmatrix}$$

- 8) Berikut akan ditentukan vektor kolom q_8 dengan mengoperasikan bentuk :

$$v_8 = u_8 - Proj_{W_7} u_8$$

$$= u_8 - \frac{\langle u_8, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle u_8, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 - \frac{\langle u_8, v_3 \rangle}{\|v_3\|^2} v_3 - \frac{\langle u_8, v_4 \rangle}{\|v_4\|^2} v_4 - \frac{\langle u_8, v_5 \rangle}{\|v_5\|^2} v_5 - \frac{\langle u_8, v_6 \rangle}{\|v_6\|^2} v_6$$

$$- \frac{\langle u_8, v_7 \rangle}{\|v_7\|^2} v_7$$

Sehingga di dapatkan vektor kolom q_8 yaitu :

$$q_8 = \frac{v_8}{\|v_8\|} = \begin{bmatrix} 0.3562 \\ 0.0455 \\ -0.1018 \\ 0.2112 \\ -0.4128 \\ -0.4303 \\ -0.1129 \\ -0.1999 \\ 0.0868 \\ 0.0314 \\ -0.0502 \\ 0.6299 \end{bmatrix}$$

- 9) Berikut akan ditentukan vektor kolom q_9 dengan mengoperasikan bentuk :

$$v_9 = u_9 - Proj_{W_8} u_9$$

$$= u_9 - \frac{\langle u_9, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle u_9, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 - \frac{\langle u_9, v_3 \rangle}{\|v_3\|^2} v_3 - \frac{\langle u_9, v_4 \rangle}{\|v_4\|^2} v_4 - \frac{\langle u_9, v_5 \rangle}{\|v_5\|^2} v_5 - \frac{\langle u_9, v_6 \rangle}{\|v_6\|^2} v_6$$

$$- \frac{\langle u_9, v_7 \rangle}{\|v_7\|^2} v_7 - \frac{\langle u_9, v_8 \rangle}{\|v_8\|^2} v_8$$

Sehingga di dapatkan vektor kolom q_9 yaitu :

$$q_9 = \frac{v_9}{\|v_9\|} = \begin{bmatrix} 0.3977 \\ -0.3380 \\ 0.2076 \\ -0.1066 \\ -0.3492 \\ 0.0119 \\ 0.5962 \\ -0.1178 \\ -0.1284 \\ -0.2229 \\ 0.2467 \\ -0.2339 \end{bmatrix}$$

- 10) Berikut akan ditentukan vektor kolom q_{10} dengan mengoperasikan bentuk :

$$v_{10} = u_{10} - Proj_{W_9} u_{10}$$

$$= u_{10} - \frac{\langle u_{10}, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle u_{10}, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 - \frac{\langle u_{10}, v_3 \rangle}{\|v_3\|^2} v_3 - \frac{\langle u_{10}, v_4 \rangle}{\|v_4\|^2} v_4 - \frac{\langle u_{10}, v_5 \rangle}{\|v_5\|^2} v_5 - \frac{\langle u_{10}, v_6 \rangle}{\|v_6\|^2} v_6$$

$$- \frac{\langle u_{10}, v_7 \rangle}{\|v_7\|^2} v_7 - \frac{\langle u_{10}, v_8 \rangle}{\|v_8\|^2} v_8 - \frac{\langle u_{10}, v_9 \rangle}{\|v_9\|^2} v_9$$

Sehingga di dapatkan vektor kolom q_{10} yaitu :

$$q_{10} = \frac{v_{10}}{\|v_{10}\|} = \begin{bmatrix} 0.0805 \\ -0.4969 \\ -0.1829 \\ 0.1815 \\ 0.4720 \\ -0.2224 \\ 0.0839 \\ -0.3021 \\ 0.0286 \\ 0.5171 \\ 0.2003 \\ -0.0372 \end{bmatrix}$$

- 11) Berikut akan ditentukan vektor kolom q_{11} dengan mengoperasikan bentuk :

$$v_{11} = u_{11} - Proj_{W_{10}} u_{11}$$

$$= u_{11} - \frac{\langle u_{11}, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle u_{11}, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 - \frac{\langle u_{11}, v_3 \rangle}{\|v_3\|^2} v_3 - \frac{\langle u_{11}, v_4 \rangle}{\|v_4\|^2} v_4 - \frac{\langle u_{11}, v_5 \rangle}{\|v_5\|^2} v_5 - \frac{\langle u_{11}, v_6 \rangle}{\|v_6\|^2} v_6 \\ - \frac{\langle u_{11}, v_7 \rangle}{\|v_7\|^2} v_7 - \frac{\langle u_{11}, v_8 \rangle}{\|v_8\|^2} v_8 - \frac{\langle u_{11}, v_9 \rangle}{\|v_9\|^2} v_9 - \frac{\langle u_{11}, v_{10} \rangle}{\|v_{10}\|^2} v_{10}$$

Sehingga di dapatkan vektor kolom q_{11} yaitu:

$$q_{11} = \frac{v_{11}}{\|v_{11}\|} = \begin{bmatrix} 0.2656 \\ 0.1488 \\ -0.0829 \\ -0.2407 \\ 0.3107 \\ -0.5535 \\ -0.0825 \\ 0.2370 \\ 0.4083 \\ -0.3344 \\ 0.2123 \\ -0.2303 \end{bmatrix}$$

- 12) Berikut akan ditentukan vektor kolom q_{12} dengan mengoperasikan bentuk:

$$v_{12} = u_{12} - Proj_{W_{11}} u_{12}$$

$$= u_{12} - \frac{\langle u_{12}, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle u_{12}, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 - \frac{\langle u_{12}, v_3 \rangle}{\|v_3\|^2} v_3 - \frac{\langle u_{12}, v_4 \rangle}{\|v_4\|^2} v_4 - \frac{\langle u_{12}, v_5 \rangle}{\|v_5\|^2} v_5 - \frac{\langle u_{12}, v_6 \rangle}{\|v_6\|^2} v_6 \\ - \frac{\langle u_{12}, v_7 \rangle}{\|v_7\|^2} v_7 - \frac{\langle u_{12}, v_8 \rangle}{\|v_8\|^2} v_8 - \frac{\langle u_{12}, v_9 \rangle}{\|v_9\|^2} v_9 - \frac{\langle u_{12}, v_{10} \rangle}{\|v_{10}\|^2} v_{10} - \frac{\langle u_{12}, v_{11} \rangle}{\|v_{11}\|^2} v_{11}$$

Sehingga di dapatkan vektor kolom q_{12} yaitu :

$$q_{12} = \frac{v_{12}}{\|v_{12}\|} = \begin{bmatrix} -0.4463 \\ 0.1900 \\ 0.2928 \\ 0.3796 \\ -0.1697 \\ -0.4767 \\ 0.0072 \\ 0.0375 \\ -0.3024 \\ 0.0480 \\ 0.3815 \\ -0.1952 \end{bmatrix}$$

Dari langkah-langkah yang telah dilakukan untuk memperoleh vektor kolom $[u_1 | u_2 | \dots | u_{12}]$ maka dapat dibentuk matriks Q sebagai berikut :

$$Q = \begin{bmatrix} 0.2561 & -0.1248 & 0.5692 & 0.0335 & -0.0625 & -0.1185 & 0.1210 & 0.3562 & 0.3977 & 0.0805 & 0.2656 & -0.4463 \\ 0.5121 & -0.2496 & 0.1575 & -0.4027 & 0.1362 & -0.0016 & -0.2201 & 0.0455 & -0.3380 & -0.4969 & 0.1488 & 0.1900 \\ 0.1280 & 0.2837 & 0.1926 & 0.3104 & 0.7098 & -0.1442 & 0.2561 & -0.1018 & 0.2076 & -0.1829 & -0.0829 & 0.2928 \\ 0.2561 & 0.1059 & 0.1809 & 0.4234 & -0.3294 & -0.3812 & -0.4081 & 0.2112 & -0.1066 & 0.1815 & -0.2407 & 0.3796 \\ 0.1280 & 0.0530 & 0.2539 & 0.1848 & 0.2486 & 0.2806 & -0.3181 & -0.4128 & -0.3492 & 0.4720 & 0.3107 & -0.1697 \\ 0.2561 & 0.3366 & 0.1195 & -0.0823 & -0.1640 & -0.0558 & -0.0416 & -0.4303 & 0.0119 & -0.2224 & -0.5535 & -0.4767 \\ 0.3841 & -0.3026 & -0.4234 & 0.0976 & 0.1159 & 0.2287 & -0.3525 & -0.1129 & 0.5962 & 0.0839 & -0.0825 & 0.0072 \\ 0.2561 & -0.1248 & -0.0847 & 0.5621 & -0.3798 & 0.2600 & 0.4256 & -0.1999 & -0.1178 & -0.3021 & 0.2370 & 0.0375 \\ 0.2561 & 0.3366 & -0.5344 & 0.0254 & 0.0807 & -0.4954 & 0.0043 & 0.0868 & -0.1284 & 0.0286 & 0.4083 & -0.3024 \\ 0.3841 & -0.3026 & -0.0964 & -0.1667 & 0.0847 & -0.1051 & 0.5229 & 0.0314 & -0.2229 & 0.5171 & -0.3344 & 0.0480 \\ 0.2561 & 0.5673 & 0.0582 & -0.3776 & -0.2797 & 0.2724 & 0.1416 & -0.0502 & 0.2467 & 0.2003 & 0.2123 & 0.3815 \\ 0.1280 & 0.2837 & -0.1344 & 0.1538 & 0.1642 & 0.5361 & -0.0546 & 0.6299 & -0.2339 & -0.0372 & -0.2303 & -0.1952 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, untuk menentukan matriks segitiga atas R dengan menggunakan ketentuan sebagai berikut :

$$R = \begin{bmatrix} \langle u_1, q_1 \rangle & \langle u_2, q_1 \rangle & \dots & \langle u_n, q_1 \rangle \\ 0 & \langle u_2, q_2 \rangle & \dots & \langle u_n, q_2 \rangle \\ & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & \langle u_n, q_n \rangle \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan matriks R yaitu :

$$R = \begin{bmatrix} 7.8102 & 6.0177 & 9.2187 & 6.4018 & 6.1458 & 5.6336 & -0.0000 & 0.3841 & 2.3047 & 0.3841 & 2.8168 & -0.5121 \\ 0 & 4.3344 & 0.8132 & 1.9554 & 2.3109 & 2.5605 & -0.6921 & -0.5333 & -0.4312 & 0.6203 & 1.3956 & 0.7111 \\ 0 & 0 & 3.0586 & 0.7826 & 3.0946 & 0.3215 & -5.7010 & -4.9393 & -6.8316 & -5.8998 & -6.2453 & -4.8574 \\ 0 & 0 & 0 & 4.7519 & 3.5176 & 0.9840 & 0.5923 & -0.5368 & 1.1438 & 0.1989 & 0.2369 & 0.3555 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6342 & 0.7605 & -1.8381 & -2.6402 & -1.5375 & -1.2285 & -0.7757 & -1.4102 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.4609 & 3.4217 & 1.3515 & 3.8039 & 1.1717 & 0.7812 & 1.3609 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.5471 & 2.6254 & 4.5771 & 2.9345 & 2.5717 & 2.6334 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.7674 & 0.9393 & 1.4911 & 1.6156 & 2.4682 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.6907 & 0.3970 & 1.0177 & 0.6980 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.3296 & 2.7556 & 0.4654 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.9982 & 1.0612 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.6776 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, didapatkan matriks R^{-1} dengan bantuan software MATLAB 7.0 sebagai berikut :

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} 0.1280 & -0.1778 & -0.3386 & -0.0436 & 0.3132 & -0.1433 & -0.2711 & -0.0285 & -0.2016 & -0.1056 & -0.3116 & 0.3006 \\ 0 & 0.2307 & -0.0613 & -0.0848 & -0.0171 & 0.1929 & 0.1378 & -0.0986 & -0.0315 & -0.1219 & -0.1874 & -0.0210 \\ 0 & 0 & 0.3269 & -0.0538 & -0.3122 & 0.0753 & 0.3001 & -0.0339 & 0.1107 & 0.1372 & 0.2733 & -0.0435 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2104 & -0.2810 & 0.0027 & -0.1834 & -0.0401 & 0.1147 & 0.0375 & 0.0233 & -0.0090 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3796 & -0.1173 & 0.3099 & 0.0922 & -0.2810 & -0.0766 & -0.0315 & -0.0497 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4064 & -0.3920 & 0.1274 & 0.0762 & 0.1049 & 0.0592 & 0.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2819 & -0.1965 & -0.6541 & -0.0634 & 0.2166 & -0.0008 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2654 & -0.1475 & -0.0779 & -0.0321 & -0.2873 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5915 & -0.0542 & -0.2264 & -0.0878 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2310 & -0.3185 & 0.1374 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5005 & -0.3166 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5961 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, akan ditentukan matriks Q^T yaitu :

$$Q^T = \begin{bmatrix} 0.2561 & 0.5121 & 0.1280 & 0.2561 & 0.1280 & 0.2561 & 0.3841 & 0.2561 & 0.3841 & 0.3841 & 0.2561 & 0.1280 \\ -0.1248 & -0.2496 & 0.2837 & 0.1059 & 0.0530 & 0.3366 & -0.3026 & -0.1248 & 0.3366 & -0.3026 & 0.5673 & 0.2837 \\ 0.5692 & 0.1575 & 0.1926 & 0.1809 & 0.2539 & 0.1195 & -0.4234 & -0.0847 & -0.5344 & -0.0964 & 0.0582 & 0.1344 \\ 0.0335 & -0.4027 & 0.3104 & 0.4234 & 0.1848 & -0.0823 & 0.0976 & 0.5621 & 0.0254 & -0.1667 & -0.3776 & 0.1538 \\ -0.0625 & 0.1362 & 0.7098 & -0.3294 & 0.2486 & -0.1640 & 0.1159 & -0.3798 & 0.0807 & 0.0847 & -0.2797 & 0.1642 \\ -0.1185 & -0.0016 & -0.1442 & -0.3812 & 0.2806 & -0.0558 & 0.2287 & 0.2600 & -0.4954 & -0.1051 & 0.2724 & 0.5361 \\ 0.1210 & -0.2201 & 0.2561 & -0.4081 & -0.3181 & -0.0416 & -0.3525 & 0.4256 & 0.0043 & 0.5229 & 0.1416 & -0.0546 \\ 0.3562 & 0.0455 & -0.1018 & 0.2112 & -0.4128 & -0.4303 & -0.1129 & -0.1999 & 0.0868 & 0.0314 & -0.0502 & 0.6299 \\ 0.3977 & -0.3380 & 0.2076 & -0.1066 & -0.3492 & 0.0119 & 0.5962 & -0.1178 & 0.1284 & -0.2229 & 0.2467 & -0.2339 \\ 0.0805 & -0.4969 & -0.1829 & 0.1815 & 0.4720 & -0.2224 & 0.0839 & -0.3021 & -0.0286 & 0.5171 & 0.2003 & -0.0372 \\ 0.2656 & 0.1488 & -0.0829 & -0.2407 & 0.3107 & -0.5535 & -0.0825 & 0.2370 & 0.4083 & -0.3344 & 0.2123 & -0.2303 \\ -0.4463 & 0.1900 & 0.2928 & 0.3796 & -0.1697 & -0.4767 & 0.0072 & 0.0375 & -0.3024 & 0.0480 & 0.3815 & -0.1952 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, dengan menggunakan persamaan (2.13) maka didapatkan nilai X sebagai berikut :

$$X = R^{-1}Q^TB = \begin{bmatrix} 0.4040 \\ -0.2775 \\ -0.3464 \\ 0.2987 \\ -0.0580 \\ 1.1636 \\ 0.4240 \\ 0.4984 \\ -0.6422 \\ -0.1660 \\ 0.8629 \\ -1.1425 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan solusi dari sistem persamaan linear kompleks di atas adalah sebagai berikut:

$$X_1 = (0.4040 + 0.4240i), X_2 = (-0.2775 + 0.4984i), X_3 = (-0.3464 - 0.6422i)$$

$$X_4 = (0.2987 - 0.1660i), X_5 = (-0.0580 + 0.8629i), X_6 = (1.1636 - 1.1425i).$$

Contoh 2 :

Diberikan sistem persamaan linear kompleks dengan 7 persamaan dan 7 variabel sebagai berikut

$$\begin{aligned} (2-3i)x_1 + (4+2i)x_2 - (2-4i)x_3 + (2+2i)x_4 - (2-i)x_5 - (2-2i)x_6 + (3-3i)x_7 &= (4+3i) \\ (2+i)x_1 + (2+3i)x_2 - (3+i)x_3 - (2+2i)x_4 - (2+i)x_5 + (3+2i)x_6 - (4+2i)x_7 &= (3+3i) \\ (3+3i)x_1 - (2-3i)x_2 - (4+2i)x_3 + (2+i)x_4 - (3+i)x_5 + (2-2i)x_6 - (3-i)x_7 &= (2+4i) \\ (3+2i)x_1 - (4+2i)x_2 + (2-4i)x_3 - (2-3i)x_4 - (1-i)x_5 - (2+2i)x_6 - (3-2i)x_7 &= (3+2i) \\ (2-3i)x_1 + (4-2i)x_2 - (4-3i)x_3 - (2+2i)x_4 - (3-4i)x_5 - (2+3i)x_6 - (2+3i)x_7 &= (2+4i) \\ (1+i)x_1 - (1-i)x_2 - (2+3i)x_3 - (2+i)x_4 + (3+2i)x_5 - (3-4i)x_6 + (3-2i)x_7 &= (1+2i) \\ (2+i)x_1 - (3+2i)x_2 + (4+2i)x_3 - (2-2i)x_4 - (4+2i)x_5 - (4-i)x_6 + (4+4i)x_7 &= (2+3i) \end{aligned}$$

Selesaikan sistem persamaan linear kompleks di atas menggunakan metode dekomposisi QR.

Penyelesaian:

Dengan cara yang sama pada contoh no. 1 maka diperoleh solusinya adalah

$$X = R^{-1}Q^TB = \begin{bmatrix} 0.9746 \\ 0.0780 \\ 0.3887 \\ 0.4054 \\ -0.3383 \\ 0.0244 \\ -0.2481 \\ 0.2352 \\ 0.1088 \\ -0.1877 \\ 0.2509 \\ -0.0791 \\ -0.2514 \\ 0.1678 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan solusi dari sistem persamaan linear kompleks diatas adalah

sebagai berikut: $X_1 = (0.9746 + 0.2352i)$, $X_2 = (0.0780 + 0.1088i)$, $X_3 = (0.3887 - 0.1877i)$,

$X_4 = (0.4054 + 0.2509i)$, $X_5 = (-0.3383 - 0.0791i)$, $X_6 = (0.0244 - 0.2514i)$,

$X_7 = (-0.2481 + 0.1678i)$.

4. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab IV, maka didapat kesimpulannya adalah

1. Metode Dekomposisi QR dapat menyelesaikan sistem persamaan linear kompleks
2. Solusi sistem persamaan linear kompleks untuk 6 persamaan dan 6 variabel pada contoh 1 sebelumnya diperoleh

$$X_1 = (0.4040 + 0.4240i), X_2 = (-0.2775 + 0.4984i), X_3 = (-0.3464 - 0.6422i)$$

$$X_4 = (0.2987 - 0.1660i), X_5 = (-0.0580 + 0.8629i), X_6 = (1.1636 - 1.1425i).$$

3. Solusi sistem persamaan linear kompleks untuk 7 persamaan dan 7 variabel pada contoh 2 sebelumnya diperoleh

$$X_1 = (0.9746 + 0.2352i), X_2 = (0.0780 + 0.1088i), X_3 = (0.3887 - 0.1877i)$$

$$X_4 = (0.4054 + 0.2509i), X_5 = (-0.3383 - 0.0791i), X_6 = (0.0244 - 0.2514i)$$

$$X_7 = (-0.2481 + 0.1678i).$$

5.1 Saran

Pada akhir kajian ini, penulis menggunakan Metode dekomposisi QR dalam menyelesaikan sistem persamaan linear kompleks. Bagi peneliti yang ingin melanjutkan penelitian ini, disarankan untuk menggunakan metode lain dalam menyelesaikan sistem persamaan linear kompleks.

11

Daftar Pustaka

- [1] Anton, Howard. Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi, Edisi Kedelapan. Erlangga. Jakarta. 2004
- [2] Hasugian, M. Jimmy, dan Agus Priyono. Menguasai Analisis Kompleks dalam Matematika Teknik. Pakayasa Sains, Bandung. 2006
- [3] Leon, Steven J. Aljabar Linear dan Aplikasinya, Edisi Kelima. Erlangga, Jakarta. 2001
- [4] Lipschutz, Seymour. Marc Lars Lipson. Aljabar Linear Schaum's. Edisi Ketiga. Erlangga, Jakarta. 2006
- [5] Nicholson, V. Keith. Elementary Linear Algebra. First Edition. Mc Graw-Hill, Singapore. 2001.
- [6] Purbandini. Sistem Pengenalan Wajah Pada Subruang Orthogonal Dengan Menggunakan Laplacianfaces Terdekomposisi QR. <http://digilib.its.ac.id>. (ITS) Surabaya. 2006.
- [7] Taher Rahgooy, dkk. Fuzzy Complex System of Linear Equations Applied to Circuit Analysis. *International Journal of Computer and Electrical Engineering*. Vol. (1) NO 5: 1793-8163. 2009.
- [8] Widodo, Sugeng. Analisis Dekomposisi Matriks. (ITS) Surabaya. <http://digilib.its.ac.id>. 2003.
- [9] Yulianti, Dewi. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Kompleks menggunakan Metode Dekomposisi SVD". Skripsi, UIN-SUSKA Riau. 2012.

ORIGINALITY REPORT

19%

SIMILARITY INDEX

16%

INTERNET SOURCES

6%

PUBLICATIONS

8%

STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	publikasi.stkipsiliwangi.ac.id Internet Source	4%
2	Submitted to Binus University International Student Paper	3%
3	Submitted to Higher Education Commission Pakistan Student Paper	1%
4	tel.archives-ouvertes.fr Internet Source	1%
5	Rahmoun, J.. "Friction effect on stresses in ensiled granular media", Computers and Geotechnics, 200909 Publication	1%
6	Submitted to University of Florida Student Paper	1%
7	www.scribd.com Internet Source	1%
8	docplayer.info Internet Source	1%

9	ejournal.uin-suska.ac.id Internet Source	1 %
10	rosana23rahma.wordpress.com Internet Source	1 %
11	media.neliti.com Internet Source	1 %
12	Submitted to Padjadjaran University Student Paper	<1 %
13	invo.jinr.ru Internet Source	<1 %
14	Liou, J.Y.. "On the Barnett-Lothe tensors for anisotropic elastic materials", European Journal of Mechanics / A Solids, 200811/12 Publication	<1 %
15	Lau, . "Worked Examples", A Numerical Library in Java for Scientists and Engineers, 2003. Publication	<1 %
16	hadionline.com Internet Source	<1 %
17	krum.rz.uni-mannheim.de Internet Source	<1 %
18	C.T Benson, N.E Losey. "On a graph of Hoffman and Singleton", Journal of Combinatorial Theory, Series B, 1971 Publication	<1 %

19	herlanmatondang.blogspot.com Internet Source	<1 %
20	digilib.its.ac.id Internet Source	<1 %
21	Submitted to 87988 Student Paper	<1 %
22	www.comovamosnl.org Internet Source	<1 %
23	www.slideshare.net Internet Source	<1 %
24	tutte2015.ma.rhul.ac.uk Internet Source	<1 %
25	rezkiapriyani.blogspot.com Internet Source	<1 %
26	ejournal.undip.ac.id Internet Source	<1 %
27	fr.scribd.com Internet Source	<1 %
28	Bai, F.. "Analysis of similarity between RNA secondary structures", Chemical Physics Letters, 20050617 Publication	<1 %
29	"The Linear Algebra a Beginning Graduate Student Ought to Know", Springer Nature	<1 %

America, Inc, 2007

Publication

Exclude quotes On

Exclude bibliography On

Exclude matches Off